УДК 477

Олександр Володимирович МАНЖАЙ, *канд. юрид. наук, доцент, Харківський національний університет внутрішніх справ, доцент кафедри захисту інформації факультету № 4*

Ірина Андріївна МАНЖАЙ, *Харківський економіко-правовий університет, завідувач навчального відділу*

ТРИВІАЛЬНИЙ МЕТОД ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМОКУТНИХ ОБ'ЄКТІВ НА ПЛОЩИНІ

Постановка проблеми. Завдання оптимального розміщення об'єктів на площині постала перед людством із зародженням перших цивілізацій. Її намагалися вирішити ще землеміри давнього Єгипту, а у наш час ця тема стала ще актуальнішою в умовах обмеженості ресурсів і проблеми безвідходного виробництва товарів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розв'язання оптимізаційних задач геометричного проектування досліджувались у роботах В. Я. Вінарского, А. А. Дородніцина, В. А. Залгаллера, Й. Н. Іуранова, Л. В. Канторовича, С. Л. Магаса, В. С. Михалевича, Е. А. Мухачевої, Ю. Г. Стояна, С. В. Смелякова, С. В. Яковлева та багатьох інших авторів. Незважаючи на достатньо ґрунтовне опрацювання даної теми, на теперішній час спостерігається вкрай мала кількість прикладних програмних застосувань, які вирішують поставлену проблему. Враховуючи викладене, представляється доречним описати один з тривіальних методів оптимізації розміщення прямокутних об'єктів на площині.

Виклад основного матеріалу. Одним з важливих класів завдань, направлених на зниження витрат сировини, матеріалів і інших видів ресурсів, є клас завдань геометричного проектування. Завдання ці полягають у пошуку оптимального розміщення деяких геометричних об'єктів в заданих областях за наявності різних обмежень і деяких критеріїв якості розміщення. До цього класу належать завдання оптимального розкрою матеріалів на фігурні, зокрема прямокутні, заготовки, завдання компоновки схем генпланів промислових підприємств, завдання трасування, завдання покриття і багато інших. До завдання прямокутного розкрою зводяться деякі завдання теорії розкладів і об'ємно-календарного планування. Таким чином, в цих завданнях під матеріалом, який економиться, може розумітися листовий метал, рулон тканини в легкій промисловості, земельні ділянки, трудові ресурси, час, електроенергія, а значить і паливні ресурси тощо.

Завдання розміщення об'єктів складної геометричної форми залежно від математичної постановки і вживаних методів можуть бути розбиті на класи регулярного і нерегулярного розміщення. До першого класу належать завдання найщільнішого заповнення площини однаковими фігурами. Вони розглядаються в дискретній і комбінаторній геометрії. При цьому основні результати отримані тільки для опуклих фігур і носять характер оцінок. Схеми розташування цих фігур, через їх конгруентність, є регулярними (гратчастими).

Можливість зведення великого числа важливих економічних завдань, пов'язаних з оптимальним розподілом ресурсів, до класу завдань геометричного проектування викликала необхідність всебічного вивчення завдань цього класу і розробки ефективних методів їх рішення [1, с. 7, 8].

Сучасні комп'ютерні технології дозволили застосувати для вирішення цього завдання методи, що раніше не використалися через велику кількість складних обчислень. У даній роботі представлений один з таких методів.

Тут описується окремий випадок вищезазначеного завдання, а саме розміщення прямокутних об'єктів на опуклій n-угольной площині. Таким чином користувачеві відповідного програмного продукту потрібно ввести координати опуклого n-кутника, довжину і ширину прямокутника для отримання чисельного і графічного варіанту їх розміщення.

Результати даного завдання у правоохоронній діяльності можуть використовуватися, наприклад, при розбитті території деякого об'єкту на прямокутні ділянки патрулювання з максимальним охопленням території, у виробництві виробів зі шкіри, розподілі земельних ділянок тощо.

Загальна ідея рішення задачі полягає в покроковому повороті осей координат і сітки з накладених прямокутних об’єктів.

Нехай деяка точка M має координати (x; y) в старій системі координат Oxy і координати (x’; y’) в новій системі координат Ox’y’, тоді, виражаючи x’ і y’ через x і y отримаємо наступну систему рівнянь:

$$
\begin{aligned}
x' &= x \times \cos\alpha + y \times \sin\alpha, \\
y' &= -x \times \sin\alpha + y \times \cos\alpha;
\end{aligned}
$$

Візьмемо, наприклад, крок обертання ug за 1^0 (від розміру кроку обертання залежить час виконання програми), тоді повернувши осі координат щодо точки (0; 0) 360 разів прийдемо до початкової системи координат. Запишемо дані при i-му куті повороту до i-го осередку деякого масиву B, а потім виберемо з нього найбільш відповідне (у нашому випадку знаходимо максимум).

Безпосереднє обчислення кількості прямокутників вписуваних при даному куті обертання (W) здійснюється шляхом порівняння довжин відрізків, що перетинають межі площини у відповідних точках (згідно з розмірами прямокутника, що вводяться). Ці крапки знаходяться шляхом вирішення системи рівнянь двох прямих:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{Y_1} &= \boldsymbol{k \times x_1 + b}, \\
\boldsymbol{Y_2} &= \boldsymbol{k \times x_2 + b};
\end{aligned}
$$

одна з яких є межею області, що вводиться, а інша – прямою паралельною осі абсцис, проведеній через проміжок, що дорівнює одному з лінійних розмірів прямокутного об’єкту.

Підрахунок W при кожному куті здійснюється двічі:

- перший раз нарощування координат прямих, паралельних осі абсцис, реалізується при коефіцієнті нарощування, що дорівнює довжині (bl) введеного прямокутника;

- а другий раз – ширині (al).

Такий хід дозволяє збільшити вірогідність збігу результату, отриманого в програмі, з оптимальним.

Наступною дією після вибору максимального значення зі всіх отриманих W йде графічне виведення отриманого результату на екран.

Його реалізація заснована на складанні таблиці, що включає координати відповідних точок, розміщених у межах введеної області.

Таблиця задається у вигляді двох двовимірних матриць X і Y, в одній з яких (X) зберігаються «іксові» координати точок, а в іншому «ігрикові», так, що кожній «іксовій» координаті X[i,j] з матриці X відповідатиме «ігрикова» координата Y[i,j] з матриці Y.

Слід відмітити, що побудова кожного рядка масиву здійснюється при різних початкових значеннях. Для кожного рядка це початкове значення є власним і відшукується за допомогою спеціальної процедури. Ця процедура встановлює точку початкового відліку в положення, при якому кількість елементів масивів X, Y у відповідному рядку є найбільшою під час нарощування з кроком R=al/200.

Завдання визначення приналежності площині деякої точки, що перевіряється, вирішується за допомогою іншої процедури, метод роботи якої ґрунтується на розбитті фігури, утвореної координатами контрольної точки і координатами точок, що обмежують введену область, на декілька складових їх трикутників. Подальше складання площ цих трикутників у результаті дає нам дві площі D і Q, порівнюючи які, можна судити про приналежність точки площині, що перевіряється.

Подальше виведення відповідної фігури і вписаних в неї об'єктів здійснюється іншою процедурою. Використовуючи таблицю X, Y і масив координат n-кутної області як початкові дані, ця процедура з урахуванням масштабу виводить результат на екран.

Необхідно також відзначити, що оскільки запропонований алгоритм працює з координатами опуклих фігур, то перед розрахунками здійснюється перевірка на опуклість координат області, що вводиться, заснована на перетині меж, що вводяться. Якщо фігура не є опуклою, то розрахунки припиняються, про що виводиться відповідне повідомлення.

Висновки. Підбиваючи підсумки зазначимо, що програмування даного алгоритму не викликає суттєвих складнощів. Водночас вказана проста програма може допомогти зацікавленим особам в автоматизації повсякденної діяльності та збільшити ефективність одержуваного результату.

Література

1. Магас С. Л. Методы решения экстремальных задач размещения многоугольных геометрических объектов в полосе / Сергей Леонидович Магас : дисс. ... канд. физ.-мат. наук : 08.00.13. – Х., 1984. – 156 с.

Анотації

Анотація: **Манжай О. В., Манжай І. А. Тривіальний метод оптимізації розміщення прямокутних об’єктів на площині**

У статті обґрунтовано актуальність досліджуваної теми. Розкрито один з методів оптимізації розміщення прямокутних об’єктів на опуклій n-кутній площині, який полягає в покроковому повороті осей координат і сітки з накладених прямокутних об’єктів. Розкрито сенс цього методу. Наведено відповідні процедури та загальний алгоритм. У загальному вигляді розкрито математичну модель. Наведено приклади.

Ключові слова: прямокутник, оптимальне розміщення, геометричне проектування, опукла площина, метод повороту

Аннотация: **Манжай А .В., Манжай И. А. Тривиальный метод оптимизации размещения прямоугольных объектов на плоскости**

В статье обоснована актуальность исследуемой темы. Раскрыт один из методов оптимизации размещения прямоугольных объектов на выпуклой n-угольной плоскости, который заключается в пошаговом повороте осей координат и сетки из наложенных прямоугольных объектов. Раскрыт смысл этого метода. Приведены соответствующие процедуры и общий алгоритм. В общем виде раскрыта математическая модель. Приведены примеры.

Ключевые слова: прямоугольник, оптимальное размещение, геометрическое проектирование, выпуклая плоскость, метод поворота

Summary: **Manzhai O. V., Manzhai I. A. A Trivial Optimization Method of Rectangular Objects Placing on a Plane**

In the article grounded actuality of the probed theme. One of methods of optimization of rectangular objects placing is exposed on a protuberant n-angled plane, which consists in the step-by-step turn of co-ordinates axes and net from the imposed rectangular objects. Sense of this method is exposed. The proper procedures and general algorithm are resulted. A mathematical model is exposed in a general view. Examples are gave.

Keywords: rectangle, optimum placing, geometrical planning, protuberant plane, method of turn